

Arbres

Introduction

Nous rencontrons souvent des schémas qui permettent de mettre en évidence une structure sur des données.

Par exemple : Ce schéma se suffit à lui même pour qui prend la peine de le lire...

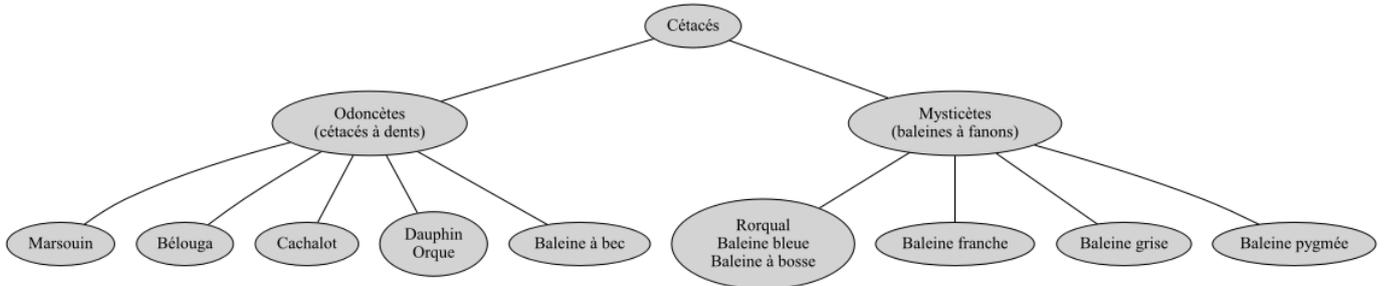


fig1

De même pour le très classique arbre généalogique

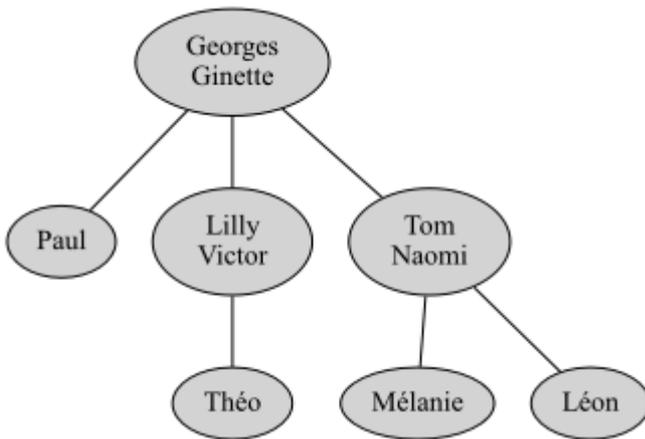


fig2

Voici **un arbre syntaxique** : Un **arbre syntaxique** représente l'analyse d'une phrase à partir de règles (la grammaire).

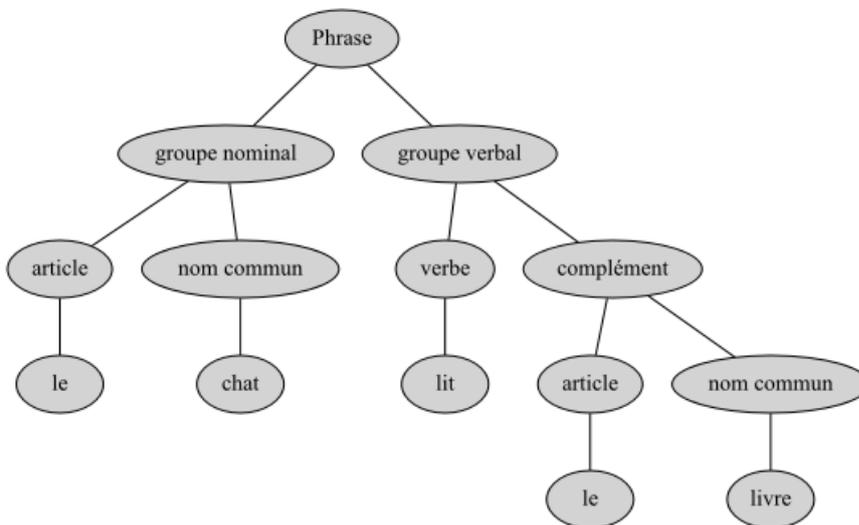


fig3

Arbre lexicographique : Un **arbre lexicographique**, ou arbre en parties communes, ou dictionnaire, représente un ensemble de mots. Les préfixes communs à plusieurs mots apparaissent une seule fois dans l'arbre.

EXERCICE 1 :

Rajouter les mots : malle et portail.

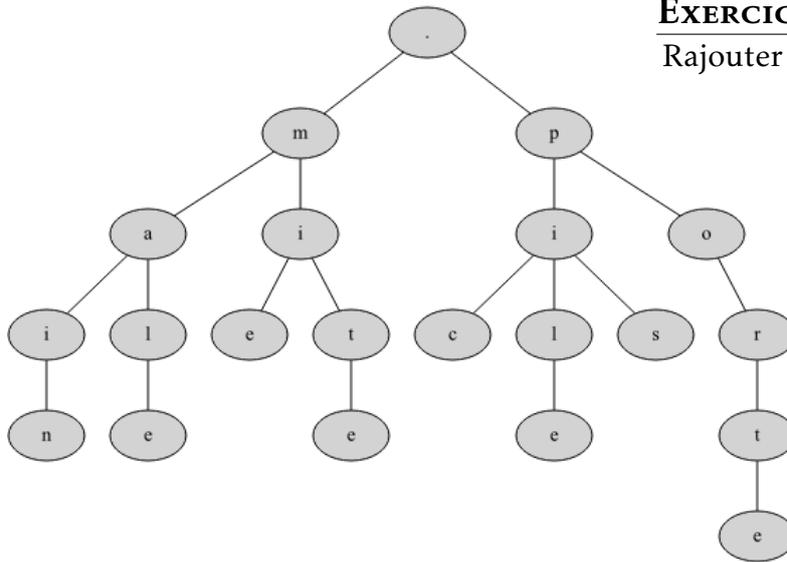


fig4

On peut également représenter les **expressions arithmétiques** par des arbres étiquetés par des opérateurs, des constantes et des variables. La structure de l'arbre rend compte de la priorité des opérateurs et rend inutile tout parenthésage.

Pour l'expression : $(\frac{y}{2} - t)(75 + z)$ cela donne :

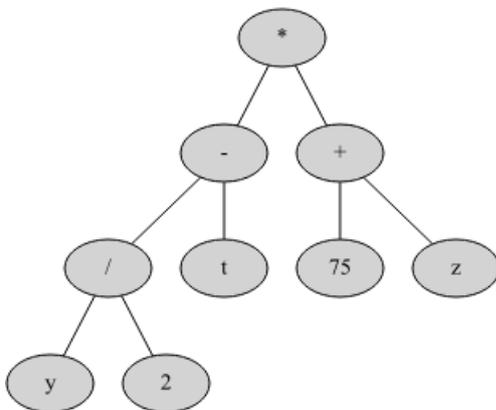


fig5

EXERCICE 2 :

Représenter l'expression : $3 + (\frac{7}{3} - 1)^3$.

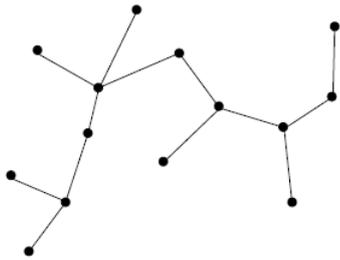
Les **arbres** sont **très utilisés en informatique**, d'une part parce que les informations sont souvent hiérarchisées et peuvent se représenter naturellement sous une forme arborescente, et d'autre part, parce que les structures de données arborescentes permettent de stocker des données volumineuses de façon que leur accès soit efficace.

Notions générales sur les arbres

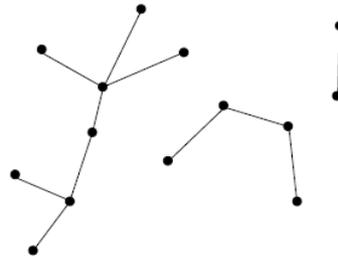
On peut considérer un arbre comme une généralisation d'une liste car les listes peuvent être représentées par des arbres.

Plutôt que de chercher à définir ce qu'est un arbre, nous observerons quelques schémas.

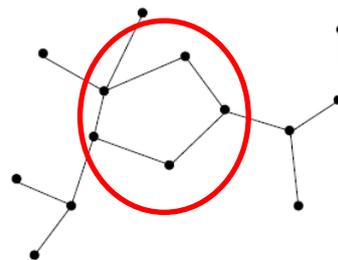
Voici la **représentation graphique d'un arbre** :



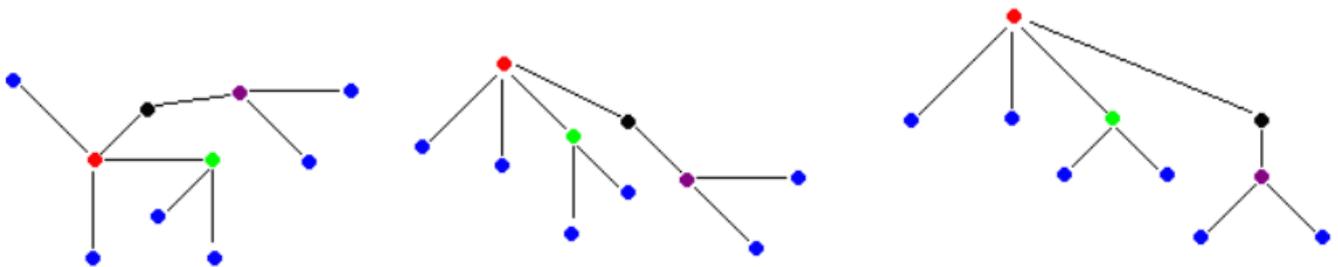
Voici celle d'une forêt.



Attention : Ceci n'est pas un arbre, car il existe un chemin d'un sommet vers lui même (appelé un cycle).



Lorsqu'un sommet se distingue des autres, on le nomme **racine** de l'arbre et celui-ci devient alors une **arborescence** (par la suite on utilisera le mot arbre pour une arborescence).



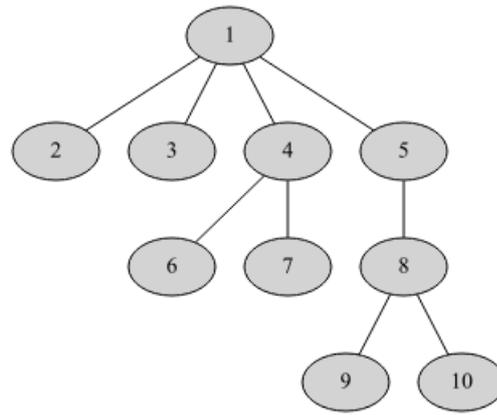
Les 3 arbres ci-dessus représentent la même structure, cependant pour deux d'entre eux, un sommet peut être désigné comme racine.

On a l'habitude, lorsqu'on **dessine un arbre**, de le représenter avec la **tête en bas**, c'est-à-dire que **la racine est tout en haut**, et les noeuds fils sont représentés en-dessous du noeud père.

DÉFINITION :

Étiquette:

Un arbre dont tous les noeuds sont nommés est dit étiqueté. L'étiquette (ou nom du sommet) représente la "valeur" du noeud ou bien l'information associée au noeud. Ci-contre un arbre étiqueté avec les entiers entre 1 et 10.



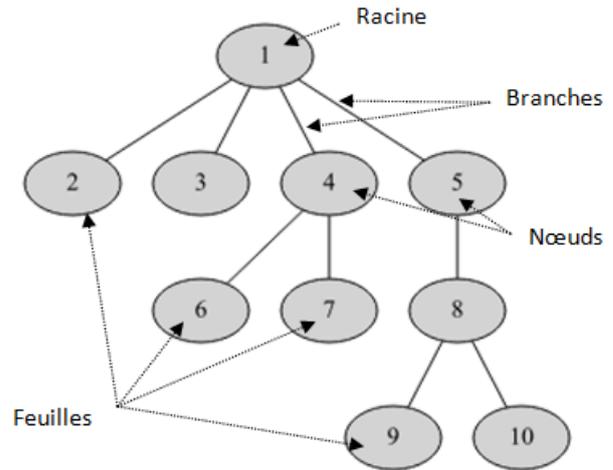
DÉFINITION :

Racine, noeud, branche, feuille :

Un arbre est un ensemble organisé de noeuds dans lequel chaque noeud a un **père**, sauf un noeud que l'on appelle la **racine**.

Si le noeud n'a pas de **fil**, on dit que c'est une **feuille**.

Les noeuds sont reliés par des **branches**.



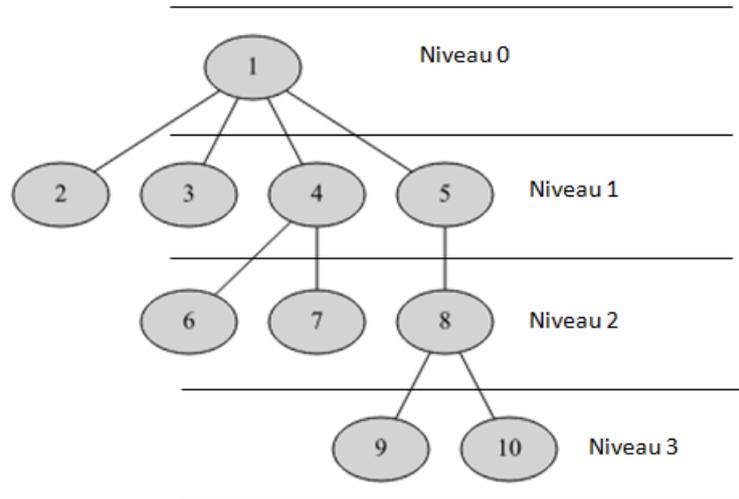
DÉFINITION :

Hauteur d'un noeud :

la hauteur (ou profondeur ou niveau) d'un noeud X est égale au **nombre d'arêtes qu'il faut parcourir à partir de la racine pour aller jusqu'au noeud X**.

Par convention, la **hauteur** (ou profondeur) **de la racine est égale à 0** (Attention : La définition de la hauteur d'un noeud varie en fonction des auteurs. Pour certains la racine a une hauteur de 1.)

Dans l'exemple ci-contre la hauteur du noeud 9 est de 3 et celle du noeud 7 est de 2.



DÉFINITION :

La **hauteur** (ou profondeur) **d'un arbre** est égale à la **profondeur du noeud le plus profond**. Dans notre exemple, le noeud le plus profond est de profondeur 3, donc l'arbre est de profondeur 3

QUESTION 1:

Déterminer les profondeurs des arbres de l'introduction:

.....
.....

DÉFINITION :

Taille d'un arbre :

La taille d'un arbre est égale au **nombre de noeuds de l'arbre**.

Dans notre exemple, l'arbre contient 10 noeuds, sa taille est donc de 10.

QUESTION 2:

Déterminer les tailles des arbres de l'introduction:

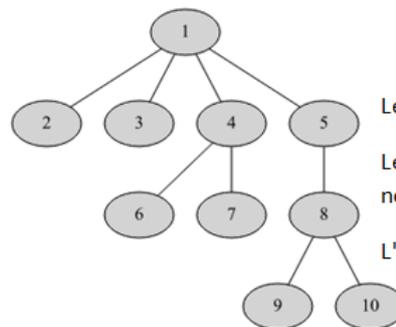
.....
.....

DÉFINITION :

Degré d'un noeud, degré d'un arbre :

Le **degré d'un noeud** est égal au **nombre de ses descendants (enfants)**.

Le **degré d'un arbre** est égal au **plus grand des degrés de ses noeuds**



Le noeud 4 à 2 fils, il est de degré 2.

Le noeud 1 est de degré 4, c'est le noeud de plus grand degré.

L'arbre est donc de degré 4.

QUESTION 3:

Déterminer les degrés des arbres de l'introduction:

.....
.....

REMARQUE :

Le **vocabulaire de lien entre noeuds** de niveaux différents et reliés entre eux **est emprunté à la généalogie :**

Dans notre exemple :

- 8 est le parent de 9 et de 10
- 6 est un enfant de 4
- 6 et 7 sont des noeuds frères
- 5 est un ancêtre de 9
- 10 est un descendant de 5

REMARQUE :

Un arbre dont tous les noeuds n'ont qu'un seul fils est en fait une liste.

